

Exercice n°1 : (3 points)

On pose $S = a + b(1+a) + c(1+b)(1+a) + d(1+c)(1+b)(1+a) + e(1+d)(1+c)(1+b)(1+a)$

1/ Factoriser $S + 1$

2/ Soit $S' = a + a(1+a) + a(1+a)^2 + a(1+a)^3 + a(1+a)^4$

a/ Déduire de la première question que $S' = (1+a)^5 - 1$

b/ Calculer alors la valeur numérique de la somme S'' définie par :

$$S'' = 15 + 15 \times 16 + 15 \times 16^2 + 15 \times 16^3 + 15 \times 16^4 \quad (\text{on donne } 16^5 = 1048576)$$

Exercice n°2 : (7 points)

A/ Soit $A = \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}$ et $B = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$

1) Ecrire x et y sous la forme $x + a\sqrt{y}$ où $x ; y$ et a des réels

2) Montrer que $\frac{4}{A} + \frac{1}{B} = 5$

B/ On donne $g(x) = (1 + 2x)^2 - 4 \left| \frac{1}{2} + x \right| + 1$

1) Vérifier que $g(x) = \left[2 \left| \frac{1}{2} + x \right| - 1 \right]^2$

2) Encadrer $g(x)$ pour $-1 < x < -\frac{1}{2}$ puis comparer $[g(x)]^2$ et $\sqrt{g(x)}$

Exercice n°3 : (6 points)

On considère un triangle ABC et I le milieu de [AC]

1) Soit D et E deux points du plan tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

a) Montrer que $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

b) Construire les points D et E

c) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires

2) La droite (BI) coupe (AD) en un point F, montrer que AFCE est un parallélogramme

3) on considère le repère $R = (A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, I, E et F dans le repère R

Exercice n°4 : (4 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points : A(1 ; -1) ; B(3 ; 1) ; D(-4 ; 2)

1) Montrer que les points A, B et D ne sont pas alignés

2) a) Déterminer les coordonnées du point C pour que ABCD soit un parallélogramme

b) Les droites (AC) et (BD) se coupent en K, Déterminer les coordonnées du point K

3) la droite (BD) coupe l'axe (O, \vec{i}) en un point F. Déterminer les coordonnées de F